

ГЛОБАЛІЗАЦІЙНІ ТА ІНТЕГРАЦІЙНІ ПРОЦЕСИ GLOBALIZATION AND INTEGRATION PROCESSES

УДК 339.9:311.1+330.4

DOI: <https://doi.org/10.31651/2076-5843-2023-3-4-4-15>

ЗАГОРУЙКО Іван Олексійович

кандидат економічних наук, доцент,
Черкаський державний технологічний
університет, м. Черкаси, Україна

Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0003-2819-0793>

zagoruikovanmacro@gmail.com

ПЕТКОВА Леся Омелянівна

доктор економічних наук, професор,
Черкаський державний технологічний
університет, м. Черкаси, Україна

Orcid ID: <https://orcid.org/0000-0003-4519-3726>

l_petkova@ukr.net

ВИКОРИСТАННЯ ПОКАЗНИКІВ АСИМЕТРІЇ В МІЖНАРОДНИХ ЕКОНОМІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

У статті запропоновані показники, які характеризують сукупні видатки національної економіки відносно середніх та екстремальних світових показників. Ці показники узагальнені для випадку множини країн. Запропонована геометрична модель «вилучення – ін’екції», яка дозволяє агрегувати та порівнювати нормовані величини сукупних видатків різних країн. Поставлені задачі лінійного програмування, які дозволяють будувати пари взаємно протилежних світових рубежів потоків вилучень та ін’екцій.

Ключові слова: нормалізація економічних показників, агреговані індекси, стан національної економіки, світова економіка, макроекономіка, сукупні видатки, світові рубежі потоків вилучень та ін’екцій, моделі оболонки даних.

Постановка проблеми. Процес глобалізації, притаманний сучасній світовій економіці, загострює міжнародну економічну, технологічну та соціально-політичну конкуренцію. Дедалі більш актуальною стає проблема об’ективного порівняння стану національних економік різних країн. У розвинених демократичних країнах результати таких порівнянь стають основою для корекції курсу економічної політики. В країнах із авторитарними і тоталітарними режимами статистично обґрунтована оцінка міжнародного стану національної економіки стає вагомим аргументом на користь відмови від популистської або експансіоністської політики.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сучасній економічній літературі докладно аналізуються різноманітні аспекти побудови композитних індексів – нормалізація вихідних показників, їх зважування та агрегування. Базовим виданням із цих питань є довідник ОЕСР, підготовлений M. Nardo et al. (2008) [5]. Велику увагу приділяє цим питання Європейська Комісія [2, 7, 8, 9]. Композитні індекси можуть будуватися різними методами, зокрема методом аналізу оболонки даних – DEA (Data Envelopment Analysis). Останнім часом цей метод стає все більш популярним. Огляд історії та сучасних тенденцій застосування методів DEA подано у працях E. Narayanan et al. (2022) [4] та A. Panwar et al. (2022) [6]. З кінця XX століття цей метод почав використовуватися і на макрорівні – для порівняння національних економік різних країн. В усіх таких працях за допомогою методу DEA будується різноманітні світові технологічні рубежі. Так, з цією метою у статті E. Lafuente et al. (2022) [3] використана спеціальна версія моделі DEA, орієнтованої на вхідні дані, з єдиним постійним входом – підхід «benefit of the doubt» (BOD). Однак, на думку авторів, метод DEA може застосовуватися не тільки для характеристики технологічної ефективності досліджуваних країн, а й до значно ширшого кола питань міжнародної макроекономіки. З іншого боку, для будь-яких взаємопов’язаних макроекономічних показників можна побудувати не один, а декілька світових рубежів. Міжнародний стан досліджуваних країн може характеризуватися як відносно їхніх середніх показників, так і відносно двох взаємно протилежних світових рубежів.

Метою статті є побудова показників та моделей, які характеризують сукупні видатки національних економік відносно відповідних середніх та екстремальних світових показників.

Викладення основного матеріалу дослідження. Основний матеріал нашого дослідження структуруємо за низкою показників та моделей.

Показники міжнародного стану окремої країни. Розглянемо сукупність країн, що характеризуються певним макроекономічним показником. У цій сукупності визначимо країни з максимальним та мінімальним значенням досліджуваного показника:

$$\varphi^{\max} = \max\{\beta_1, \dots, \beta_K, \dots, \beta_K\} \quad (1)$$

$$\varphi^{\min} = \min\{\beta_1, \dots, \beta_K, \dots, \beta_K\} \quad (2)$$

де β_k – значення досліджуваного показника для країни k (абсолютне положення країни); φ^{\max} , φ^{\min} – максимальне та мінімальне значення цього показника в досліджуваній сукупності країн; K – загальна кількість досліджуваних країн.

Відхилення стану країни k від екстремальних значень макроекономічного показника складуть:

$$h_k^{\max} = \varphi^{\max} - \beta_k \quad h_k^{\min} = \beta_k - \varphi^{\min} \quad \varphi^{\max} \geq \beta_k \geq \varphi^{\min} \quad (3), (4), (5)$$

Для зіставності усіх наступних показників перейдемо до нормованих величин відхилень. Ці відносні величини матимуть вигляд, аналогічний нормалізованим критеріям у теорії прийняття рішень:

$$\frac{\varphi^{\max} - \beta_k}{\varphi^{\max} - \varphi^{\min}} = \frac{h_k^{\max}}{h_k^{\max} + h_k^{\min}} = \frac{1}{1 + h_k^{\min}/h_k^{\max}} \quad (6)$$

$$\frac{\beta_k - \varphi^{\min}}{\varphi^{\max} - \varphi^{\min}} = \frac{h_k^{\min}}{h_k^{\max} + h_k^{\min}} = \frac{1}{1 + h_k^{\max}/h_k^{\min}} \quad (7)$$

Таким чином, обидві нормовані величини можна представити як функції одного аргументу – відношення абсолютнох відхилень від екстремальних значень макроекономічного показника.

Перевагою аргументу є його безрозмірний характер та змінюваність від нуля до нескінченості:

$$b_k = h_k^{\min}/h_k^{\max} \quad \dim b = \beta/\beta \quad 0 \leq b_k \leq \infty \quad (8), (9), (10)$$

Тепер параметризуємо ці функції:

$$\begin{aligned} \alpha(+\eta; b_k) &= \frac{1}{1 + (b_k)^{+\eta}} & \alpha(-\eta; b_k) &= \frac{1}{1 + (b_k)^{-\eta}} \\ 0 < \eta < +\infty & & 0 \leq \alpha \leq 1 & \end{aligned} \quad (11), (12)$$

де η – безрозмірний параметр.

Для зручності, отримані функції будемо називати індексами асиметрії міжнародного стану країни. Індекс $\alpha(+\eta; b_k)$ визначає степінь відхилення країни від максимального значення макроекономічного показника, індекс $\alpha(-\eta; b_k)$ – від мінімального:

$$h_k^{\max} \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha(+\eta; b_k) \rightarrow 0 \quad (13)$$

$$h_k^{\min} \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha(-\eta; b_k) \rightarrow 0 \quad (14)$$

Сума цих індексів дорівнює одиниці:

$$\frac{1}{1 + (b_k)^{+\eta}} + \frac{1}{1 + (b_k)^{-\eta}} = 1 \quad (15)$$

Якщо країна рівновіддалена від екстремальних значень макроекономічного показника, обидва індекси асиметрії дорівнююватимуть 0,5:

$$h_k^{min} = h_k^{max} \Rightarrow \alpha(+\eta; 1) = \alpha(-\eta; 1) = 1/2 \quad (16)$$

Величину параметра η можна обирати, керуючись різними міркуваннями. За одним з можливих підходів, параметр η інтерпретується як оцінка важливості досліджуваного макроекономічного показника. Чим більш важливим вважається цей показник, тим більшою має бути величина параметра η . Збільшення η наближає індекси асиметрії до екстремального значення:

$$b_k > 1 \Rightarrow \alpha(+\eta; b_k) < 1/2 \Rightarrow \partial \alpha(+\eta; b_k) / \partial \eta < 0 \quad (17)$$

$$b_k < 1 \Rightarrow \alpha(-\eta; b_k) < 1/2 \Rightarrow \partial \alpha(-\eta; b_k) / \partial \eta < 0 \quad (18)$$

Зменшення параметра η вирівнює обидва індекси:

$$\eta \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha(+\eta; b_k) \rightarrow 1/2 \quad \alpha(-\eta; b_k) \rightarrow 1/2 \quad (19)$$

Тепер за аналогією введемо індекс симетрії:

$$\varsigma(\pm\eta; b_k) = \frac{2}{(b_k)^{-\eta} + (b_k)^{\eta}} \quad 0 \leq \varsigma \leq 1 \quad (20)$$

Цей індекс дорівнює нулю, якщо країна має екстремальне значення макроекономічного показника, та одиниці – якщо вона рівновіддалена від екстремумів. Таким чином, для країни, що має ідеально симетричний стан, сума індексів асиметрії дорівнюватиме індексу симетрії:

$$b_k = 1 \Rightarrow \alpha(+\eta; 1) + \alpha(-\eta; 1) = \varsigma(\pm\eta; 1) \quad (21)$$

Збільшення параметра η знижує індекс симетрії за будь-якого значення b_k :

$$\begin{aligned} \partial \varsigma(\pm\eta; b_k) / \partial \eta &< 0 & 0 < \eta < +\infty \\ \eta \rightarrow \infty &\Rightarrow \varsigma(\pm\eta) \rightarrow 0 & \eta \rightarrow 0 &\Rightarrow \varsigma(\pm\eta) \rightarrow 1 \end{aligned} \quad (22)$$

Індекс симетрії можна представити в тригонометричній формі:

$$\varsigma(\pm\eta; b_k) = \frac{2}{\exp(+\eta \cdot \ln b_k) + \exp(-\eta \cdot \ln b_k)} = \operatorname{sch}(\eta \cdot \ln b_k) \quad (23)$$

де sch – гіперболічний секанс.

При значенні параметра $\eta = 0,5$ індекс симетрії можна представити як відношення середньої геометричної відхилень до їх середньої арифметичної, що еквівалентно відношенню середньої гармонійної до середньої геометричної:

$$\eta = 1/2 \Rightarrow \varsigma = 2 \cdot \frac{\sqrt[2]{h_k^{min} \cdot h_k^{max}}}{h_k^{min} + h_k^{max}} = \frac{2}{1/h_k^{min} + 1/h_k^{max}} \cdot \frac{1}{\sqrt[2]{h_k^{min} \cdot h_k^{max}}} \quad (24)$$

Розглянемо тепер набір макроекономічних показників, що характеризують ту саму сукупність досліджуваних країн. За допомогою індексів $\alpha(+\eta)$, $\alpha(-\eta)$, $\varsigma(\pm\eta)$ можна дати агреговані оцінки стану країни відносно усього набору показників. Оскільки усі ці індекси є функціями безрозмірної величини b_k , то таку оцінку можна представити як відповідну степеневу середню:

$$A(\zeta; \hat{c}_1, \dots, \hat{c}_M) = \left(\frac{1}{M} \cdot \sum_{m=1}^M \hat{c}_m^\zeta \right)^{1/\zeta} \quad \zeta > 0 \quad (25)$$

де \hat{c} – один з трьох індексів $\alpha(+\eta)$, $\alpha(-\eta)$ або $\varsigma(\pm\eta)$; m – номер макроекономічного показника; M – загальна кількість макроекономічних показників; ζ – показник ступеня.

За умови додатного показника ζ , степенева середня досягатиме нуля, тільки якщо всі аргументи дорівнюватимуть нулю. Аналогічно, вона дорівнюватиме максимальній величині \hat{c}_m , якщо всі вони є рівними. В усіх інших випадках ця степенева середня буде знаходитися в межах від середньої геометричної до максимального \hat{c} :

$$\sqrt[M]{\prod_{m=1}^M \hat{c}_m} < A(\zeta; \hat{c}) < \max\{\hat{c}_1, \dots, \hat{c}_M\} \quad (26)$$

Параметр ζ інтерпретується та обирається залежно від характеру набору макроекономічних показників, цілей дослідження та моделі, в якій ця середня використовуватиметься.

Так, якщо до набору макроекономічних показників входять такі, які країні бажано максимізувати, а в якості індексу обраний $\hat{a}(+\eta)$, то параметр ζ інтерпретується як міра «песимізму». Чим більшим є цей параметр, тим більше степенева середня наближатиметься до найгіршого (максимального) з набору індексів асиметрії $\hat{a}(+\eta)$

$$\zeta \rightarrow \infty \Rightarrow A(\zeta; \hat{a}(+\eta)) \rightarrow \max\{\hat{a}(+\eta)_1, \dots, \hat{a}(+\eta)_M\} \quad (27)$$

Якщо до набору макроекономічних показників входять такі, які країні бажано підтримувати на середньому рівні, то в якості індексу стану країни доцільно обрати $s(\pm\eta)$ – індекс симетрії. В цьому випадку параметр ζ інтерпретується як міра «оптимізму». Зі збільшенням ζ степенева середня наближатиметься до індексу того макроекономічного показника, за яким стан країни є найбільш симетричним.

Показники відносного положення множини досліджуваних країн. Положення множини країн відносно екстремальних значень певного макроекономічного показника можна характеризувати за допомогою різних агрегованих індексів та коефіцієнтів варіації.

Теоретично, можливі принаймні два протилежніх підходи. З першим підходом, в якості агрегованого індексу обирається середня арифметична національних:

$$\bar{\hat{c}}(\bar{h}) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \hat{c}(h_k) \quad (28)$$

де k – номер країни; K – загальна кількість досліджуваних країн.

В цьому випадку для характеристики варіації доцільно скористатися середнім квадратичним відхиленням σ та квадратичним коефіцієнтом варіації v :

$$\sigma(\hat{c}(h)) = \sqrt{\frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^K (\hat{c}(h_k) - \bar{\hat{c}}(\bar{h}))^2} \quad v(\hat{c}(h)) = \frac{\sigma(\hat{c}(h))}{\bar{\hat{c}}(\bar{h})} \quad (29), (30)$$

За другим підходом, в якості агрегованого індексу обирається функція самого показника, в якій національні відхилення h_k замінені на міжнародні середні арифметичні:

$$\hat{c}(\bar{h}) = \hat{c}\left(\frac{\bar{h}^{min}}{\bar{h}^{max}}\right) \quad (31)$$

$$\bar{h}^{min} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^K h_k^{min} \quad \bar{h}^{max} = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^K h_k^{max} \quad (32), (33)$$

В цьому випадку можна скористатися середнім лінійним відхиленням та відповідним коефіцієнтом варіації:

$$l(\hat{c}(h)) = \frac{1}{K} \cdot \sum_{k=1}^K |\hat{c}(h_k) - \hat{c}(\bar{h})| \quad v(\hat{c}(h)) = \frac{l(\hat{c}(h))}{\hat{c}(\bar{h})} \quad (34), (35)$$

Однак на основі функції $\hat{c}(\bar{h})$ можна побудувати й певні аналоги цих показників. Для цього у ній замість аргументів \bar{h}^{min} , \bar{h}^{max} підставляються їхні середні лінійні відхилення або коефіцієнти варіації:

$$\hat{c}(l(h)) = \hat{c}\left(\frac{l(h^{min})}{l(h^{max})}\right) \quad \hat{c}(v(h)) = \hat{c}\left(\frac{v(h^{min})}{v(h^{max})}\right) \quad (36), (37)$$

Геометрична модель «вилучення – ін’екції». Окрім суто алгебраїчного підходу до характеристики стану країн, можливий і альтернативний – геометричний підхід. Розглянемо це на прикладі геометричної моделі потоків сукупних видатків у макроекономічному кругообігу.

За методом кінцевого використання ВВП країни (Y) складається з кінцевого приватного та державного споживання (C), валового нагромадження капіталу – приватних та державних інвестицій (I), чистого експорту товарів та послуг – різниці відповідних величин експорту (EX) та імпорту (IM). Рівняння, що зв’язує ці величини, отримало назну основної тотожності національних рахунків:

$$Y = C + I + EX - IM \quad (38)$$

Представимо це рівняння у вигляді балансу макроекономічних потоків:

$$\Sigma\Omega = S + IM = I + EX = \Sigma\Im \quad S = Y - C \quad (39), (40)$$

де S – валові внутрішні заощадження, які є різницею ВВП та видатків на кінцеве споживання.

Ліва частина основної тотожності являє собою суму вилучень видатків з національного макроекономічного кругообігу ($\Sigma\Omega$), права частина – суму ін’екцій видатків ($\Sigma\Im$). Для зіставності даних по різних країнах, нормуємо усі потоки за сумою лівої (або правої) частини основної тотожності:

$$\tilde{S} = \frac{S}{S + IM} \quad \tilde{IM} = \frac{IM}{S + IM} \quad \tilde{I} = \frac{I}{I + EX} \quad \tilde{EX} = \frac{EX}{I + EX} \quad (41), (42), (43), (44)$$

Потоки видатків, які входять до країни – імпорт товарів (разом з імпортом послуг) та імпорт капіталу (інвестиції) будемо для зручності називати вхідними потоками. Аналогічно, експорт товарів (разом з експортом послуг) та експорт капіталу (заощадження) будемо називати вихідними потоками. Згідно з цією класифікацією, потоки заощаджень та інвестицій, які не перетинають кордон країни, вважатимемо відповідно «внутрішнім експортом» та «внутрішнім імпортом» капіталу.

Надалі різницю $\tilde{EX} - \tilde{IM}$ будемо називати станом (салдо) рахунка торговельних потоків («TB»), різницю $\tilde{S} - \tilde{I}$ – станом рахунка фінансових потоків («FB»). За аналогією, різниці $\tilde{EX} - \tilde{S}$ та $\tilde{IM} - \tilde{I}$ – можна інтерпретувати як стани «рахунків» відповідно вихідних та вхідних потоків («OB», «IB»).

Представимо нормовані потоки видатків в системах координат «вилучення – ін’екції». Для цього поділимо площину на чотири квадранти окремих координатних систем, що повернуті одна відносно іншої на 90° . На одній парі паралельних напівосей відображатимуться ін’екції, на другій – вилучення.

Графічна інтерпретація моделі представлена на рисунку 1. Прямі, які паралельні бісектрисі непарних квадрантів, є лініями сталих сальдо рахунків торгових і фінансових потоків, а також сталої суми вихідних (або вхідних) потоків. Прямі, які паралельні бісектрисі парних квадрантів, є лініями сталих сальдо «рахунків» вхідних і вихідних потоків, а також сталої суми торгових (або фінансових) потоків.

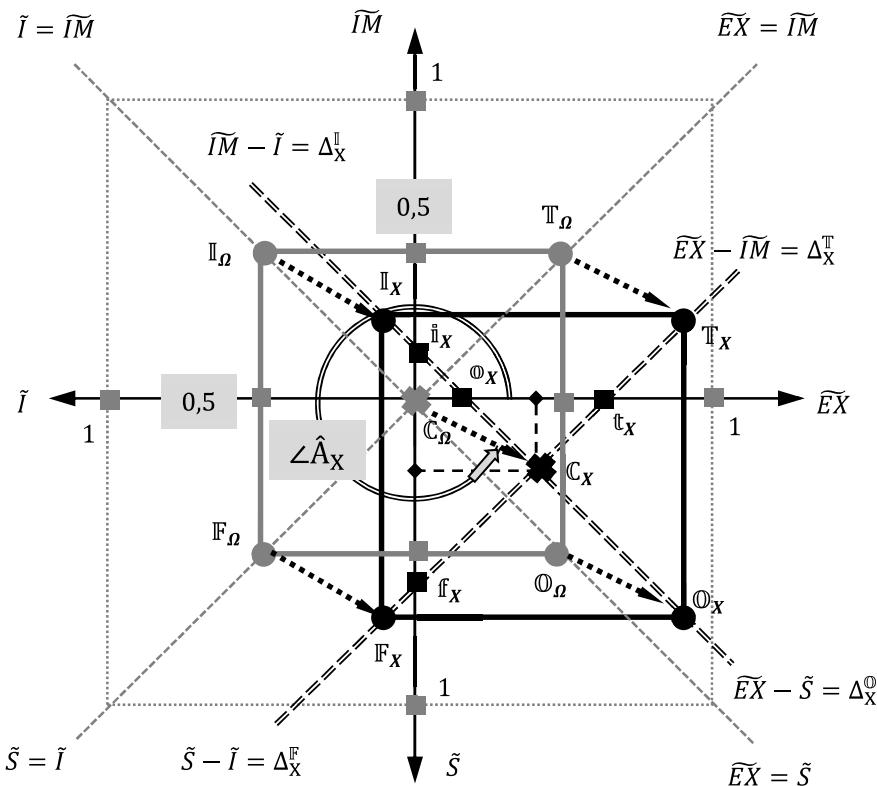


Рисунок 1 – Макроекономічний стан країни в моделі «вилучення – ін’єкції»

де $\widetilde{E}\widetilde{X}$, \widetilde{M} , \widetilde{S} , \widetilde{I} – нормовані величини експорту товарів та послуг, імпорту товарів та послуг, валових внутрішніх заощаджень та валових інвестицій; T_X , F_X , I_X , O_X – частинні стани країни X; t_X , f_X , i_X , ϕ_X – точки сальдо рахунків торговельних, фінансових, вхідних та вихідних потоків; C_X – центр симетрії частинних станів країни X; T_Ω , F_Ω , I_Ω , O_Ω – частинні стани ідеально симетричної країни Ω ; C_Ω – центр ідеальної симетрії; $C_\Omega C_X$ – радіальна асиметрія країни X; $\angle \hat{A}_X$ – кутова асиметрія країни X.

Джерело: модель І.О. Загоруйка.

На цьому рисунку економіка країни X характеризується такими величинами макроекономічних потоків: $\widetilde{E}\widetilde{X} > \widetilde{S} > \widetilde{I} > \widetilde{M}$. В результаті вона має додатне сальдо рахунків торгових та фінансових потоків ($\widetilde{E}\widetilde{X} - \widetilde{M} > 0$, $\widetilde{S} - \widetilde{I} > 0$). Її торгові потоки перевищують фінансові ($\widetilde{E}\widetilde{X} + \widetilde{M} > \widetilde{S} + \widetilde{I}$), а вихідні потоки перевищують вхідні ($\widetilde{E}\widetilde{X} + \widetilde{S} > \widetilde{I} + \widetilde{M}$).

Всі її частинні макроекономічні стани утворюють одиничний квадрат. Діагоналі цього квадрата складаються з трьох відрізків. Відрізок $T_X t_X$ діагоналі $F_X T_X$, розташований у першому квадранті, є лінією сальдо рахунка торговельних потоків. Відрізок $F_X f_X$ тієї самої діагоналі, що розташований у протилежному квадранті, є лінією сальдо рахунка фінансових потоків. Проміжний відрізок $f_X t_X$ є лінією, на якій сума вихідних потоків дорівнює величинам цих сальдо. Аналогічно, відрізок $I_X i_X$ діагоналі $I_X O_X$, розташований у другому квадранті, є лінією сальдо «рахунка» вхідних потоків. Відрізок $O_X \phi_X$, розташований у четвертому квадранті, є лінією сальдо «рахунка» вихідних потоків. Проміжний відрізок $i_X \phi_X$ є лінією, на якій сума торгових потоків дорівнює величинам цих сальдо. Алгебраїчно ці залежності матимуть вигляд:

$$\widetilde{E}\widetilde{X} - \widetilde{M} = \Delta_X^T = \widetilde{E}\widetilde{X} + \widetilde{S} = \Delta_X^F = \widetilde{S} - \widetilde{I} \quad (45)$$

$$\widetilde{I} - \widetilde{M} = \Delta_X^I = \widetilde{E}\widetilde{X} + \widetilde{M} = \Delta_X^O = \widetilde{E}\widetilde{X} - \widetilde{S} \quad (46)$$

де Δ_X^T – сальдо рахунка торговельних потоків, Δ_X^F – сальдо рахунка фінансових потоків, Δ_X^I – сальдо «рахунка» вхідних потоків, Δ_X^O – сальдо «рахунка» вихідних потоків.

Точка перетину діагоналей частинних станів цієї країни є розв'язком системи рівнянь:

$$\begin{cases} \tilde{E}\bar{X} + \tilde{S} = \Delta_X^{\mathbb{F},\mathbb{T}} \\ \tilde{E}\bar{X} - \tilde{S} = \Delta_X^{\mathbb{I},\mathbb{O}} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{E}\bar{X}_X^C = (\Delta_X^{\mathbb{F},\mathbb{T}} + \Delta_X^{\mathbb{I},\mathbb{O}})/2 = \tilde{E}\bar{X}_X - 1/2 \\ \tilde{S}_X^C = (\Delta_X^{\mathbb{F},\mathbb{T}} - \Delta_X^{\mathbb{I},\mathbb{O}})/2 = \tilde{S}_X - 1/2 \end{cases} \quad (47), (48)$$

Геометрична модель «виолучення – ін’екції» дозволяє визначити ступінь асиметричності розташування країни. У випадку ідеальної симетрії рахунки усіх її потоків збалансовані, а самі потоки дорівнюють 0,5:

$$\tilde{E}\bar{X}_\Omega - \tilde{I}\bar{M}_\Omega = \Delta_\Omega^{\mathbb{T}} = 0 = \Delta_\Omega^{\mathbb{F}} = \tilde{S}_\Omega - \tilde{I}_\Omega \quad (49)$$

$$\tilde{E}\bar{X}_\Omega - \tilde{S}_\Omega = \Delta_\Omega^{\mathbb{O}} = 0 = \Delta_\Omega^{\mathbb{I}} = \tilde{I}\bar{M}_\Omega - \tilde{I}_\Omega \quad (50)$$

$$\tilde{E}\bar{X}_\Omega = \tilde{I}\bar{M}_\Omega = \tilde{S}_\Omega = \tilde{I}_\Omega = 0,5 \quad (51)$$

Декартова відстань між центром симетрії певної країни (\mathbb{C}_X) та центром ідеальної симетрії (початком координат \mathbb{C}_Ω) визначає величину асиметричності розташування країни, що не залежить від стану інших країн. Для країни X, центр симетрії якої розташований у четвертому квадранті, величина радіальної асиметрії її положення дорівнює:

$$R_X = \sqrt{(\tilde{E}\bar{X}_X - 1/2)^2 + (\tilde{S}_X - 1/2)^2} \quad (52)$$

У силу того, що суми нормованих вилучень та ін’екцій дорівнюють одиниці

$$\tilde{E}\bar{X} + \tilde{I} = \tilde{I}\bar{M} + \tilde{S} = 1 \quad (53)$$

величину радіальної асиметрії можна виразити ще в трьох еквівалентних формах:

$$R_X = \sqrt{(\tilde{E}\bar{X}_X - 1/2)^2 + (1/2 - \tilde{I}\bar{M}_X)^2} \quad (54)$$

$$R_X = \sqrt{(1/2 - \tilde{I}_X)^2 + (1/2 - \tilde{I}\bar{M}_X)^2} \quad (55)$$

$$R_X = \sqrt{(1/2 - \tilde{I}_X)^2 + (\tilde{S}_X - 1/2)^2} \quad (56)$$

Усі ці форми R_X виражають відстані між вершинами квадрата станів країни X та відповідними вершинами квадрата станів ідеально симетричної країни Ω . Таким чином, положення центру симетрії \mathbb{C}_X однозначно визначає положення країни X, а квадрат її станів є паралельно зрушеним квадратом станів ідеально симетричної країни Ω .

Максимальна величина радіальної асиметрії $R_X = 1/\sqrt{2}$ досягається, коли усі частинні стани країни розташовані в одному квадранті:

$$R_{\max} = \sqrt{(1 - 1/2)^2 + (1 - 1/2)^2} = 1/\sqrt{2} \quad (57)$$

Розділивши R_X на цю максимальну величину, дістанемо індекс радіальної асиметрії:

$$r_X = R_X/R_{\max} = R_X/\sqrt{2} \quad (58)$$

Кут \hat{A}_X , на який повернутий радіус $\mathbb{C}_\Omega \mathbb{C}_X$, визначає кутову асиметрію стану країни X у геометричній моделі «виолучення – ін’екції». Аналогічні показники можна обчислити і для множини досліджуваних країн. Для цього представимо її у вигляді єдиної «типової» країни T, координатами якої є середні нормовані видатки:

$$\tilde{I}(T) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{I}_k \quad \tilde{S}(T) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{S}_k \quad (59), (60)$$

$$\tilde{E}\bar{X}(T) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{E}\bar{X}_k \quad \tilde{I}\bar{M}(T) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \tilde{I}\bar{M}_k \quad (61), (62)$$

де k – номер країни; K – загальна кількість досліджуваних країн. Міжнародний стан окремої країни визначатиметься шляхом порівняння з «типову» країною \bar{T} .

Світові рубежі в моделі «вилучення – ін’екції». Розглянута вище модель може бути використана для непараметричного аналізу множини країн методом DEA (Data Envelopment Analysis). Для цього розташуємо досліджувані країни на площині «вилучення – ін’екції».

Верхня права частина оболонки станів усіх країн являтиме собою світовий рубіж взаємно максимальних потоків – максимум одного потоку за певної величини другого (і відповідно, навпаки). Крайні ділянки цих рубежів будуть перпендикулярними відповідним осям координат.

В системі координат «експорт – імпорт» за таким принципом будується світовий рубіж максимальних торговельних потоків ($WF \langle T^{max} \rangle$). Його крайніми точками є країна з максимальним імпортом та країна з максимальним експортом. На рубежі $\langle T^{max} \rangle$ певній величині експорту відповідає максимум суми зважених величин імпорту досліджуваних країн, а певній величині імпорту – максимум аналогічної суми експорту.

За цим же принципом в системі координат «інвестиції – імпорт» будується світовий рубіж максимальних вхідних потоків ($WF \langle I^{max} \rangle$), в системі координат «заощадження – інвестиції» – рубіж максимальних фінансових потоків ($WF \langle F^{max} \rangle$), а в системі координат «експорт – заощадження» – рубіж максимальних вихідних потоків ($WF \langle O^{max} \rangle$).

Геометрично, усі рубежі максимальних макроекономічних потоків утворюють замкнений контур, в якому вертикальні та горизонтальні ділянки перетинають осі координат.

Протилежний вигляд мають світові рубежі взаємно мінімальних макроекономічних потоків. Вони є опуклими в напрямку початку координат, а їхні крайні ділянки є паралельними осям координат.

Ці види світових рубежів потоків вилучень та ін’екцій показані на рисунку 2.

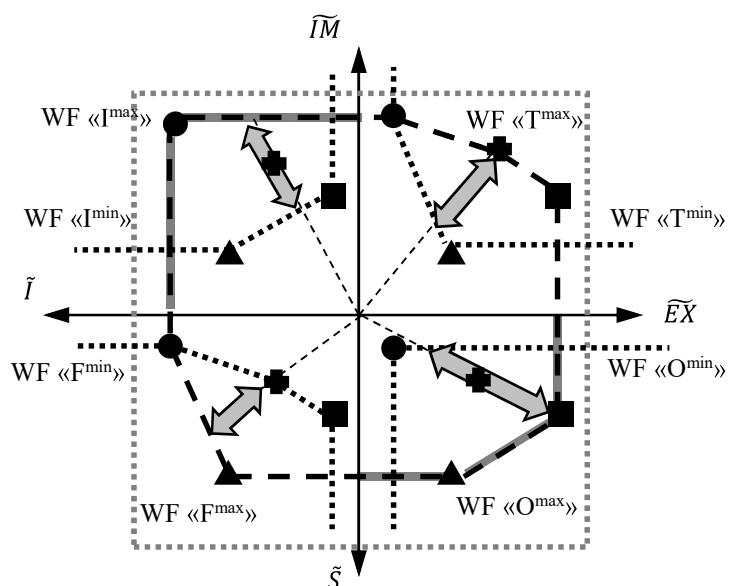


Рисунок 2 – Світові рубежі взаємно екстремальних потоків вилучень та ін’екцій

\bar{EX} , \bar{IM} , \bar{S} , \bar{I} – нормовані величини експорту товарів та послуг, імпорту товарів та послуг, валових внутрішніх заощаджень та валових інвестицій; $WF \langle T^{max} \rangle$, $WF \langle F^{max} \rangle$, $WF \langle I^{min} \rangle$, $WF \langle O^{max} \rangle$ – світові рубежі максимальних торговельних, фінансових, вхідних та вихідних потоків; $WF \langle T^{min} \rangle$, $WF \langle F^{min} \rangle$, $WF \langle I^{max} \rangle$, $WF \langle O^{min} \rangle$ – світові рубежі мінімальних торговельних, фінансових, вхідних та вихідних потоків. (Частинні стани однієї країни позначені одинаковими фігурами).

Джерело: модель I.O. Загоруйка.

З алгебраїчної точки зору, ці рубежі є розв’язками задач лінійного програмування:

$$\begin{cases} \min_{i=1}^n \vartheta_j & \forall j \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i \leq \vartheta_j \leq 1 & \sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\frac{\tilde{\mathfrak{L}}_i}{\tilde{\mathfrak{S}}_i} \right) \geq \left(\frac{\tilde{\mathfrak{L}}_j}{\tilde{\mathfrak{S}}_j} \right) \\ \lambda_i > 0 & \end{cases} \quad \begin{cases} \max_{i=1}^n \theta_j & \forall j \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i \geq \theta_j \geq 1 & \sum_{i=1}^n \lambda_i \left(\frac{\tilde{\mathfrak{L}}_i}{\tilde{\mathfrak{S}}_i} \right) \leq \left(\frac{\tilde{\mathfrak{L}}_j}{\tilde{\mathfrak{S}}_j} \right) \\ \end{cases} \quad (63), (64)$$

де j – номер певної країни, $i = 1, \dots, n$ – номери країн, з якими вона порівнюється; λ_i – вагові коефіцієнти; $\tilde{\mathfrak{L}}_i$, $\tilde{\mathfrak{S}}_i$ – нормовані величини вилучень та ін’екцій; ϑ_j , θ_j – значення цільових функцій.

Перша з цих систем є алгебраїчною моделлю світових рубежів взаємно максимальних потоків, друга – алгебраїчною моделлю світових рубежів взаємно мінімальних потоків. Величина $1/\vartheta_j$ показує, в скільки разів j -та країна має збільшити відповідні вилучення та ін’екції, щоб досягнути рубежу взаємно максимальних потоків. Величина θ_j показує, в скільки разів мають скоротитися вилучення та ін’екції, щоб j -та країна опинилася на рубежі взаємно мінімальних потоків.

Для характеристики стану окремої країни та усієї множини країн можуть застосовуватися розглянуті вище індекси асиметрії та симетрії – $\alpha(+\eta)$, $\alpha(-\eta)$ або $s(\pm\eta)$. Для цього в якості екстремальних значень досліджуваного показника (φ^{max} , φ^{min}) потрібно обирати віртуальні величини, що характеризують положення кінців проекційної хорди. На рисунку 2 проекційними хордами будуть відрізки, що розташовані на променях, які виходять з початку координат.

Висновки. Відповідно до мети, поставленої у цьому дослідженні, були отримані такі результати.

1. Запропоновані показники симетрії та асиметрії, які характеризують сукупні видатки національної економіки відносно середніх та екстремальних світових показників. Ці показники узагальнені для випадку множини країн.
2. Запропонована геометрична модель «вилучення – ін’екції», яка дозволяє агрегувати та порівнювати нормовані величини сукупних видатків різних країн.
3. Поставлені задачі лінійного програмування для побудови світових рубежів взаємно екстремальних потоків вилучень та ін’екцій.

У подальших дослідженнях поставленої проблеми доцільною є демонстрація можливостей використання запропонованих показників та моделей для аналізу конкретної сукупності країн.

Список використаних джерел

1. Abbas Y. and Daouia A. Understanding World Economy Dynamics Based on Indicators and Events. *Toulouse School of Economics*, 2023. Working Papers No 1461. 25 p. URL: https://www.tse-fr.eu/sites/default/files/TSE/documents/doc/wp/2023/wp_tse_1461.pdf
2. European Commission. Knowledge service. Centre on Composite Indicators and Scoreboards. Composite Indicators: 10-step-guide. URL:[https://knowledge4policy.ec.europa.eu/search_en?search_api_fulltext=10-step-guide&f\[0\]=knowledge_service:Composite+Indicators](https://knowledge4policy.ec.europa.eu/search_en?search_api_fulltext=10-step-guide&f[0]=knowledge_service:Composite+Indicators)
3. Lafuente E., Ács Z. J., Szerb L. A composite indicator analysis for optimizing entrepreneurial ecosystems. *Research Policy*. 2022. Vol. 51. Iss. 9. 104379. DOI:10.1016/j.respol.2021.104379. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004873332100175X?via%3Dihub>
4. Narayanan E, Binti Ismail WR; Bin Mustafa Z. A data-envelopment analysis-based systematic review of the literature on innovation performance. *Heliyon*. 2022. Vol. 8. Iss. 12. DOI:10.1016/j.heliyon.2022.e11925. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405844022032133>
5. Nardo M., Saisana M., Saltelli A., Tarantola S., Hoffmann A., Giovannini E. Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide. Paris (France): OECD publishing; 2008. JRC47008. 163 p. DOI: 10.1787/533411815016. URL: <https://unstats.un.org/unsd/EconStatKB/KnowledgebaseArticle10366.aspx>

6. Panwar A., Olfati M., Pant M., Snasel V. A Review on the 40 Years of Existence of Data Envelopment Analysis Models: Historic Development and Current Trends. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 2022. Vol. 29. P. 5397 – 5426. DOI: 10.1007/s11831-022-09770-3. URL: <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11831-022-09770-3.pdf>
7. Towards a harmonised methodology for statistical indicators. Part 1: Indicator typologies and terminologies. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2014. 30 p. DOI: 10.2785/56118. URL: <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/5937481/KS-GQ-14-011-EN.PDF.pdf/82855e3bb6e-498a-a177-07e7884e9bcb?t=1503937480000>
8. Towards a harmonised methodology for statistical indicators. Part 2: Communicating through indicators. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2017. 49 p. DOI: 10.2785/799718. URL: <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/7862432/KS-GQ-17-001-EN-N.pdf/3a226be6-efe0-4668-b09f-3dcd20f8ff11>
9. Towards a harmonised methodology for statistical indicators. Part 3: Relevance of indicators for policy making. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 2017. 48 p. DOI: 10.2785/53076. URL: <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/8071770/KS-GQ-17-007-EN-N.pdf/7d34c904-2d07-4e71-bd6f-8fe9ee373b60?t=1498555311000>
10. Zagoruiko, I.; Petkova, L. Model of world technological and economic efficiency frontiers. *Journal of International Studies*. 2022. Vol 15. No 2. P. 174 – 198. DOI: 10.14254/2071-8330.2022/15-2/12 URL: https://www.jois.eu/?768,en_model-of-world-technological-and-economic-efficiency-frontiers
11. Дерев'янко І. П. Асиметрія влади в міжнародних відносинах. *Політичні проблеми міжнародних систем та глобального розвитку*. 2021. № 4. С. 87 – 94. DOI: 10.31558/2519-2949.2021.4.12. URL: <https://er.nau.edu.ua/handle/NAU/43221>
12. Єгоров І. Комплексні індикатори у соціально-економічних дослідженнях: переваги і недоліки. *Університетські наукові записки*. 2022. №. 1-2 (85-86). С. 195 – 205. DOI: 10.37491/UNZ.85-86.16. URL: https://unz.univer.km.ua/article/view/85-86_195-205/pdf
13. Загоруйко І. О., Петкова Л.О. Метод DEA як інструмент порівняльного аналізу ефективності національних економік. *Збірник наукових праць Черкаського державного технологічного університету. Серія «Економічні науки»*. 2021. Вип. 62. С. 81 – 92. DOI: 10.24025/2306-4420.62.2021.242067. URL: <http://ven.chdtu.edu.ua/article/view/242067>
14. Заяць О. І. Глобальні виміри конкурентної сили міжнародних інтеграційних об'єднань. Кваліфікаційна наукова робота як рукопис. Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора економічних наук за спеціальністю 08.00.02 «Світове господарство та міжнародні економічні відносини». Київ: Київський Національний Університет імені Тараса Шевченка, 2020. 443 с. URL: https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/53116/1/dis_Zayats%D0%9E.%D0%86..pdf
15. Мельников С.В. Вплив асиметрії на ринкову рівновагу. Одеса: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2019. 104 с. URL: https://www.researchgate.net/publication/331960196_The_impact_of_asymmetry_on_market_equilibrium
16. Терещенко Т., Хитра О. Асиметрія ефектів синергізму в зовнішньоекономічній діяльності. *Університетські наукові записки*. 2022. № 5-6 (89-90). С. 71 – 89. DOI: 10.37491/UNZ.89-90.7. URL: https://unz.univer.km.ua/article/download/89-90_71-89/345

References

1. Abbas, Y. and Daouia, A. (2023). Understanding World Economy Dynamics Based on Indicators and Events. Toulouse School of Economics, Working Papers, No 1461. 25 p. Retrieved from https://www.tse-fr.eu/sites/default/files/TSE/documents/doc/wp/2023/wp_tse_1461.pdf
2. European Commission (2023). Knowledge service. Centre on Composite Indicators and Scoreboards. Composite Indicators: 10-step-guide. Retrieved from [https://knowledge4policy.ec.europa.eu/search_en?search_api_fulltext=10-step-guide&f\[0\]=knowledge_service:Composite+Indicators](https://knowledge4policy.ec.europa.eu/search_en?search_api_fulltext=10-step-guide&f[0]=knowledge_service:Composite+Indicators)
3. Lafuente, E.; Ács, Z. J.; Szerb, L. (2022). A composite indicator analysis for optimizing entrepreneurial ecosystems. *Research Policy*, 51(9), 104379. DOI: 10.1016/j.respol.2021.104379. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S00487332100175X?via%3Dihub>

4. Narayanan, E; Binti Ismail, WR; Bin Mustafa, Z. (2022). A data-envelopment analysis-based systematic review of the literature on innovation performance. *Heliyon*, 8(12). DOI: 10.1016/j.heliyon.2022.e11925. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405844022032133>
5. Nardo, M.; Saisana, M.; Saltelli, A.; Tarantola, S.; Hoffmann, A.; Giovannini, E. (2008). Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide. Paris (France): OECD publishing; JRC47008. 163 p. DOI: 10.1787/533411815016. Retrieved from <https://unstats.un.org/unsd/EconStatKB/KnowledgebaseArticle10366.aspx>
6. Panwar, A.; Olfati, M.; Pant, M.; Snasel, V. (2022). A Review on the 40 Years of Existence of Data Envelopment Analysis Models: Historic Development and Current Trends. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 29, 5397–5426. DOI: 10.1007/s11831-022-09770-3. Retrieved from <https://link.springer.com/content/pdf/10.1007/s11831-022-09770-3.pdf>
7. Eurostat (2014). Towards a harmonised methodology for statistical indicators. Part 1: Indicator typologies and terminologies. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 30 p. DOI: 10.2785/56118. Retrieved from <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/5937481/KS-GQ-14-011-EN.PDF.pdf/82855e3b-bb6e-498a-a177-07e7884e9bcb?t=1503937480000>
8. Eurostat (2017). Towards a harmonised methodology for statistical indicators. Part 2: Communicating through indicators. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 49 p. DOI: 10.2785/799718. Retrieved from <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/7862432/KS-GQ-17-001-EN-N.pdf/3a226be6-efe0-4668-b09f-3dcd20f8ff11>
9. Eurostat (2017). Towards a harmonised methodology for statistical indicators. Part 3: Relevance of indicators for policy making. Luxembourg: Publications Office of the European Union, 48 p. DOI: 10.2785/53076. Retrieved from <https://ec.europa.eu/eurostat/documents/3859598/8071770/KS-GQ-17-007-EN-N.pdf/7d34c904-2d07-4e71-bd6f-8fe9ee373b60?t=1498555311000>
10. Zagoruiko I., Petkova L. (2022). Model of world technological and economic efficiency frontiers. *Journal of International Studies*, 15(2), 174–198. DOI: 10.14254/2071-8330.2022/15-2/12. Retrieved from https://www.jois.eu/?768,en_model-of-world-technological-and-economic-efficiency-frontiers
11. Derevianko I. P. (2021). Asymmetry of power in international relations. *Political problems of international systems and global development*, 4, 87 – 94. DOI: 10.31558/2519-2949.2021.4.12. Retrieved from <https://er.nau.edu.ua/handle/NAU/43221> (in Ukr.)
12. Yegorov I. (2022). Complex indicators in socio-economic research: advantages and disadvantages. *University Scientific Notes*, 1-2 (85-86), 195 – 205. DOI: 10.37491/UNZ.85-86.16. Retrieved from https://unz.univer.km.ua/article/view/85-86_195-205/pdf (in Ukr.)
13. Zagoruiko, I.O.; Petkova, L.O. (2021). DEA method as a tool for comparative analysis of the efficiency of national economies. *Economic Bulletin of Cherkasy State Technological University*, 62, 81–92. DOI: 10.24025/2306-4420.62.2021.242067. Retrieved from <http://ven.chdtu.edu.ua/article/view/242067> (in Ukr.)
14. Zaiets, O. I. (2020). Global Dimensions of Competitive Force of International Integration Groupings. Qualifying scientific work as a manuscript. The thesis for a Doctorate Degree in Economics Sciences, specialty 08.00.02 «World economy and International Economic Relations». Kyiv: Taras Shevchenko National University of Kyiv, 443 p. Retrieved from https://dspace.uzhnu.edu.ua/jspui/bitstream/lib/53116/1/dis_Zayats%D0%9E%D0%86..pdf (in Ukr.)
15. Melnykov, S. (2019). The impact of asymmetry on market equilibrium. Odesa: Odesa National University. 104 p. Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/331960196_The_impact_of_asymmetry_on_market_equilibrium (in Ukr.)
16. Tereshchenko, T.; Khytra, O. (2022). Asymmetry of Synergism Effects in Foreign Economic Activity. *University Scientific Notes*, 5-6 (89-90), 71–89. DOI: 10.37491/UNZ.89-90.7. Retrieved from https://unz.univer.km.ua/article/download/89-90_71-89/345 (in Ukr.)

ZAGORUIKO Ivan

Ph.D. in Economics, Associate Professor,
Cherkasy State Technological University,
Cherkasy, Ukraine

PETKOVA Lesia

Doctor of Economics, Professor,
Cherkasy State Technological University,
Cherkasy, Ukraine

USAGE OF ASYMMETRY INDICATORS IN INTERNATIONAL ECONOMIC STUDIES

Introduction. The process of globalization inherent in the modern world economy is intensifying international economic, technological and socio-political competition. The problem of objective comparison of the state of national economies of different countries is becoming more and more relevant. In developed democratic countries, the results of such comparisons become the basis for correcting the course of economic policy. In countries with authoritarian and totalitarian regimes, a statistically based assessment of the international state of the national economy becomes a strong argument in favor of changing the economic policy.

Purpose. The purpose of the study is to build indicators and models characterizing aggregate expenditures of national economies relative to the corresponding mean and extreme global indicators.

Results. The indicators of symmetry and asymmetry, characterizing aggregate expenditures of the national economy relative to mean and extreme global indicators are proposed. These indicators are generalized for the case of multiple countries. A geometric model of "leakages – injections", which allows to aggregate and compare the normalized values of aggregate expenditures of different countries, is proposed. The problems of linear programming for the construction of world frontiers of mutually extreme flows of leakages and injections are set.

Originality. The indicators of symmetry and asymmetry are presented in the form of a one-parameter nonlinear function, in which the ratio of deviations of the country's national indicator from its extreme world values is its argument. All flows of aggregate expenditures are normalized by dividing by the sum of their leakages (or injections) from the circular flow of income. The geometrical model "leakages – injections" is formed by combining four coordinate systems, rotated relative to each other by 90°. In this model, injections (exports and investments) are displayed on one pair of parallel semi-axes, and leakages (imports and savings) on the other one. The model makes it possible to determine the centers of symmetry of the national and world economy and to analyze their mutual location. A pair of mutually opposite world frontiers is built in each quadrant of the model. The upper right part of the envelope of states of countries in a certain quadrant is the world frontier of mutually maximal flows of aggregate expenditures. The lower left part of this envelope is the world frontier of mutually minimal flows.

Conclusion. Existing approaches to the use of DEA methods should be supplemented in two directions. Firstly, it is advisable to apply the idea of the world frontier not only to compare the technological efficiency of countries, but also to a wider range of issues, in particular, to the analysis of aggregate expenditures of national economies. Secondly, in many cases it is logical to construct a pair of mutually opposite world frontiers. This makes it possible to determine the state of the country relative to the extreme target values of the studied indicators.

Одержано редакцію: 06.10.2023
Прийнято до публікації: 12.12.2023