

ГЛОБАЛІЗАЦІЙНІ ТА ІНТЕГРАЦІЙНІ ПРОЦЕСИ

GLOBALIZATION AND INTEGRATION PROCESSES

УДК: 339.7+336.7+005.31

DOI: <https://doi.org/10.31651/2076-5843-2024-3-4-4-16>

ЗАГОРУЙКО Іван Олексійович

кандидат економічних наук, доцент,
Черкаський державний технологічний
університет, м. Черкаси, Україна

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-2819-0793>

zagoruikovanmacro@gmail.com

ПЕТКОВА Леся Омелянівна

доктор економічних наук, професор,
Черкаський державний технологічний
університет, м. Черкаси, Україна

ORCID ID: <https://orcid.org/0000-0003-4519-3726>

l.petkova@chdtu.edu.ua

DEA-СТРАТЕГІЇ У МІЖНАРОДНОМУ ПОРТФЕЛЬНОМУ ІНВЕСТИВАННІ

У статті розглянуто новий підхід до рейтингування об'єктів портфельного інвестування на основі аналізу оболонки даних (DEA). Запропоновані методи були апробовані на прикладі біржових інвестиційних фондів. Розроблені методи DEA-оцінювання можуть бути рекомендовані до використання при дослідженні ринку цінних паперів, в операційному менеджменті корпорацій та при оцінці зальної ефективності їхньої діяльності.

Ключові слова: *непараметричні методи; оптимальний стан; критерії ефективності; міжнародні рубежі ефективності; моделі інвестиційного портфеля; міжнародний інвестиційний менеджмент; біржові інвестиційні фонди; оцінка підрозділів, що приймають рішення*

Постановка проблеми. Міжнародна інвестиційна діяльність в світовій економіці визначає розвиток країн, регіонів та корпорацій. Її гнучкість та ефективність дозволяє вигравати в конкурентоспроможності, розширювати ринки та формувати глобальні економічні мережі. В сучасному міжнародному інвестиційному менеджменті важливо оперативно приймати рішення щодо диверсифікації інвестиційного портфеля, аналізувати ключові фінансово-економічні показники при оцінюванні його ризикованості та доходності.

Однією з важливих форм сучасного портфельного інвестування є біржові інвестиційні фонди (*exchange-traded fund, ETF*). ETF являють собою фонди, структура яких відображає певний індекс, а акції є об'єктом біржової торгівлі. За результатами опитування, проведеного міжнародною аудит-консалтинговою корпорацією PricewaterhouseCoopers (PwC), очікується, що до середини 2028 року активи під управлінням глобальних біржових інвестиційних фондів перевищать 19,2 трлн. \$ [9]. Велику увагу приділяє цим фондам Європейське управління по цінних паперах та ринках (*European Securities and Markets Authority, ESMA*) [4]. У 2020-му році Світовий банк оприлюднив Програму по емітентах біржових інвестиційних фондів [13].

В Інтернеті представлена велика кількість професійних модельних портфелів ETF та рекомендацій з їхнього використання. Такі послуги надають, зокрема, американська холдингова компанія BNY Mellon (*The Bank of New York Mellon*) [15], американська компанія з управління активами SSGA (*State Street Global Advisors*) [14], глобальний біржовий фонд WisdomTree, Inc. [21]. Разом з тим, деякі інвестиційні консультанти, як наприклад John Hancock Investment Management, попереджають, що представлені ними інвестиційні стратегії не є рекомендаціями і мають суто інформаційний характер [16].

З огляду на бурхливий розвиток ринку біржових інвестиційних фондів і, водночас, закритий характер професійних методів побудови інвестиційних портфелів, набуває актуальності проблема розробки нових методів визначення доцільності портфельних інвестицій, які могли бути самостійно використані непрофесійними інвесторами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В сучасній науковій літературі представлена велика кількість праць, присвячених різним аспектам діяльності біржових інвестиційних фондів. При цьому формулюються різні оцінки ефективності цього сегменту фінансового сектору. Так, D. Blitz & M. Vidojevic (2021) в статті, розміщеній на сайті компанії Robeco, дійшли висновку, що ETF в цілому відстали від ринку так само, як й активні пайові інвестиційні фонди [1]. Протилежний висновок обґрунтовують R. Bollapragada *et al.* (2013). У статті наведена коротка історія цього сегменту, ключові атрибути ETF, а також пов'язані з ними інвестиційні стратегії. Як зазначають автори, їхній аналіз спрямований на виявлення найкращої моделі прогнозування для одного обраного ETF [2]. J. Hilliard & T. D. Le (2022) на основі великої вибірки ETF доходять висновку, що низька кореляція доходності фондів у менш розвинених європейських країнах з доходністю фондів у розвиненій Європі та їхня нечутливість до волатильності ринку США є свідченням недостатньої уваги з боку інвесторів з розвинених країн [6]. I. Mazumder (2014) звертає увагу на те, що хоча ETF здаються привабливими з точки оподаткування, нижчого ризику та комісій, їхня ефективність суттєво залежить від цілей інвесторів, їхнього ставлення до ризиків та часового горизонту інвестування [8]. P. K. Sinha *et al.* (2023) встановили, що біржові інвестиційні фонди є більш ризикованими порівняно з портфелями, базовим активом яких є золото, але показують меншу зміну процентного ризику у випадку, якщо торгуються банками [12].

Докладний огляд сучасної літератури зі стохастичних методів вибору та оптимізації інвестиційного портфеля представлений у статті T. Conlon *et al.* (2023). Як зазначають автори, «вибір портфеля на основі економетрики та математичного програмування часто стикається з перешкодами у вигляді ризику специфікації, чутливості до помилки оцінки та високих трансакційних витрат». Розв'язання цієї проблеми дослідники бачать у застосуванні набору методів, що дозволяє підвищити їхню сукупну ефективність [3, с.2].

В літературі останніх років є й вузькоспеціалізовані праці. Так, предметом дослідження D. K. Malhotra (2024) стала чиста щомісячна доходність біржових інвестиційних фондів, що репрезентують ринок нерухомості. Автор показав, що ці фонди вразливі під час економічної кризи, але разом з тим перспективні як потенційний інструмент антиінфляційного хеджування [7]. A. Valadkhani & A. Moradi-Motlagh (2023) виявили декілька недефективних ETF, які працюють в секторах технологій, медичних приладів та напівпровідників [18].

Обмеженість бази даних, необхідних для побудови надійних економетричних моделей, стимулювала використання непараметричних методів. Найбільш відомим методом непараметричного аналізу різноманітних суб'єктів (або об'єктів) є використання опуклої оболонки даних. Геометрично, стан досліджуваних елементів відображається як точка на площині певних показників (або в їх багатовимірному просторі). За допомогою цього методу можна порівнювати стани досліджуваних елементів та аналізувати рух кожного з них. Різновидом підходу опуклої оболонки є аналіз охоплення даних (*Data Envelopment Analysis, DEA*). DEA є сукупністю задач лінійного програмування, в яких обчислюється порівняльна відстань точок до ефективної частини опуклої оболонки. Початково, він застосовувався в дослідженні операцій для визначення ступеня ефективності підрозділів, що приймають рішення (*decision-making units, DMU*). З часом, DEA все більше розгалужувався та доповнювався новими моделями.

В сучасній науці підхід DEA з успіхом використовується в порівняльних дослідженнях компаній як реального, так і фінансового сектору економіки. Низка праць останніх років була присвячена застосуванню цього підходу до різноманітних видів інвестиційних фондів. Так, K. Petridis *et al.* (2023) за допомогою аналізу охоплення даних дослідили вплив довкілля, суспільства та управління на ефективність майже 18000 пайових інвестиційних фондів під час пандемії КОВІД-19 [10]. S. Tuzcu & E. Ertugay (2020) присвятили свою статтю відповіді на питання, чи варто включати розмір пайового інвестиційного фонду до набору вхідних даних DEA. Як відзначають автори, актуальність цього питання зумовлена тим, що керівники фондів отримують частину фонду в якості оплати своєї діяльності. Це створює ефект економії (або збитку) від масштабу [17].

Окремо варто відзначити працю С. Henriques *et al.* (2022), присвячену біржовим інвестиційним фондам. Її автори звернули увагу, що класична модель фондового портфеля Марковіца має суттєві недоліки. По-перше, вона ігнорує той факт, що зазвичай ставлення інвестора до ризику є асиметричним і не збігається з нормальним розподілом. По-друге, навіть у вдосконаленому варіанті вона є квадратичною задачею, що робить розрахунки надто складними у випадку великої кількості активів та обмежених обчислювальних потужностей. З огляду на це, автори використали метод DEA для вибору активів, що мають найкращі фінансові показники, та для виявлення джерел неефективності DMUs [5].

В контексті пропонованого дослідження, особливий інтерес має стаття S. Rakhshan (2017). Автор пропонує новий метод ранжування підрозділів, який він називає TOPSIS-DEA. За цим методом будуються дві межі – рубіж ефективності та рубіж анти-ефективності. Як демонструє автор, обидва рубежі можуть перетинатися в точках двох діагонально протилежних DMUs, що характеризуються максимумом одного показника та мінімумом іншого [11, с. 908]. Незалежно від S. Rakhshan, ідея побудови двох протилежних рубежів була розвинута в статтях І. Загоруйко та Л. Петкова (2021) [24, с. 90], І. Zagoruiko & L. Petkova (2022) [22]. У більш ранній статті І. Загоруйко та Л. Петкова (2021) була запропонована ідея повторного застосування методу DEA до суб'єктів-аутсайдерів [23, с.9].

Мета та завдання статті. З огляду на проведений аналіз останніх публікацій була сформульована мета статті – розробка нових методів DEA-оцінювання досліджуваних об'єктів, що не вимагають розв'язання задач лінійного та квадратичного програмування. Відповідно до цієї мети були поставлені наступні завдання:

- визначення геометричних критеріїв оцінювання відносного положення досліджуваних об'єктів;
- формулювання набору альтернативних інвестиційних стратегій;
- апробація розроблених методів на базі статистики міжнародних біржових інвестиційних фондів.

Виклад основного матеріалу дослідження. Основний матеріал доцільно поділити на теоретичну та розрахункову частину.

І. Методологія пропонованого дослідження. Діяльність біржових інвестиційних фондів можна характеризувати багатьма показниками. У цьому дослідженні обрані два елементарних та найбільш універсальних показники – величина сукупних активів та курс акцій. Для цих показників доцільно обчислювати річні індекси зростання та річні темпи приросту:

$$\mathcal{A}_i = A_{i1}/A_{i0}, \quad a_i = \mathcal{A}_i - 1, \quad (1), (2),$$

$$\mathcal{P}_i = P_{i1}/P_{i0}, \quad p_i = \mathcal{P}_i - 1 \quad (3), (4)$$

де A_i – величина сукупних активів i -того фонду, P_i – ціна його акцій. З огляду на мету та предмет дослідження, стани фондів логічно представити у двох альтернативних системах координат – логарифмічній « $\ln \mathcal{A} - \ln \mathcal{P}$ » та експоненціальній « $\exp \mathcal{A} - \exp \mathcal{P}$ ». В логарифмічній системі початком координат є точка незмінного стану, а в експоненціальній – недосяжна (у випадку досліджуваних показників) точка нескінченного від'ємного темпу приросту. На кожній площині будується опукла оболонка станів фондів. На експоненціальній площині вона буде розташована у першому квадранті системи координат, а на логарифмічній площині може бути розташована в будь-яких квадрантах.

Верхня права частина опуклої оболонки є середньою частиною рубежа ефективності досліджуваних фондів. Від стану фонду з максимальним зростанням курсу будується ліва (горизонтальна) ділянка цього рубежу, а від стану фонду з максимальним зростанням активів – його права (вертикальна) ділянка. На побудованому таким чином рубежі ефективності певному значенню першого показника відповідатиме найкраще віртуальне значення другого показника і, відповідно, навпаки.

Аналогічним чином будується і протилежна ламана лінія – рубіж неефективності. Вона складається з нижньої лівої частини опуклої оболонки та двох крайніх ділянок – лівої (вертикальної) та правої (горизонтальної). Вертикальна ділянка розпочинається від стану фонду

з мінімальним зростанням активів, а горизонтальна – від стану фонду з мінімальним зростанням курсу акцій. На обох площинах ці ділянки уходять у нескінченність.

Важливою геометричною характеристикою досліджуваної сукупності є пара протилежних віртуальних станів – стан, що характеризується максимальними значеннями обох показників («ідеальний» стан II), та стан, в якому обидва показники є мінімальними («жахливий» стан III). Ще одну пару складають віртуальні стани, в яких один з показників є найкращим, а другий – найгіршим. Разом ці стани утворюють прямокутник, в який вписана опукла оболонка фондів.

Діагональ «III – II» є місцем усіх лінійних комбінацій «жахливого» та «ідеального» станів. Ділянки рубежів ефективності та неефективності, що перетинаються цією діагоналлю, є взаємно протилежними. Фонди, що є крайніми точками цих ділянок, можна вважати в певному розумінні виділеними.

Візуалізація описаної моделі представлена на рисунку 1.

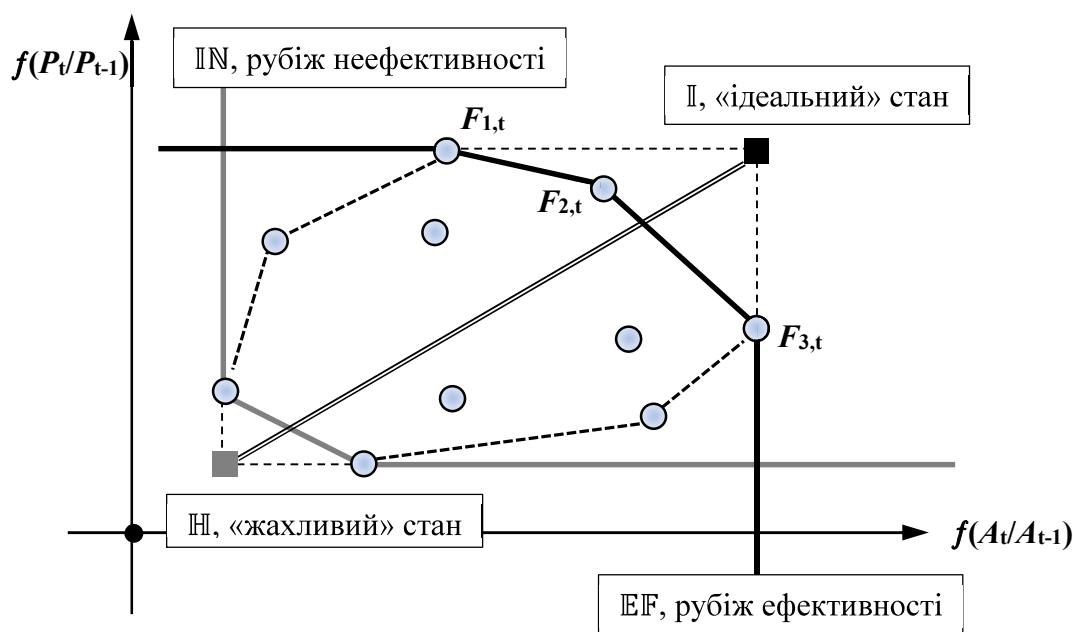


Рисунок 1. - Оболонка станів біржових інвестиційних фондів та її DEA-властивості

A – величина сукупних активів біржових інвестиційних фондів, P – курс акцій фондів

Джерело: розроблено Загоруйком І.О.

Відносне положення кожного фонду можна характеризувати різними способами.

За першим способом, обчислюються квадрати евклідових відстаней кожного фонду до «жахливого» та «ідеального» станів. Лінія, на якій різниця цих квадратів є сталою, буде прямою, перпендикулярною діагоналі «III – II». Таким чином, кожен фонд розташовуватиметься на своїй прямій. За другим способом, обчислюються самі евклідові відстані до «жахливого» й «ідеального» станів та їхні різниці. Відповідно, кожен фонд розташовуватиметься на певній гіперболі.

Цю інформацію можна використати для рейтингування досліджуваних фондів. Вона також може бути використана для визначення оптимального фонду та формування комбінованого портфеля, що складається з акцій фондів, розташованих на рубезі ефективності. Для кращої порівняльності портфельів, утворених на альтернативних площинах, доцільно скористатися оберненими функціями.

Таким чином, для фондів, що утворюють рубіж ефективності на логарифмічній площині, обчислюються експоненти різниці квадратів відстаней (для першої стратегії) та експоненти різниці відстаней (для другої стратегії). Відповідно до ліній, на яких ці різниці є сталими, першу стратегію можна назвати «лінійною», а другу – «гіперболічною». Для обох стратегій експоненти цих різниць сумуються і визначається частка кожного ефективного фонду в загальній сумі. Далі

ефективні фонди поділяються на дві групи відповідно до того, як вони розташовані відносно діагоналі, що з'єднує «жахливий» та «ідеальний» стани. Сума часток у верхній (лівій) групі вважається питомою вагою верхнього фонду ділянки, що перетинається діагонально «II–I», а сума часток у нижній (правій) групі вважається питомою вагою нижнього фонду цієї ділянки. Сформований таким чином портфель буде розташований на рубежі ефективності і являтиме собою лінійну комбінацію верхнього та нижнього фондів.

Аналогічним чином будується комбінований портфель на експоненціальній площині. Відмінність полягатиме в тому, що математично логарифми визначені тільки для додатних величин. Крім цього, частки фондів в загальній сумі логарифмів повинні бути додатними. Це означає, що під знаком логарифмів мають бути величини, більші за одиницю. Для цього у другій («гіперболічній») стратегії доцільно збільшувати різницю евклідових відстаней на число e . Тоді, якщо для певного фонду різниця відстаней дорівнюватиме нулю, відповідний логарифм дорівнюватиме одиниці. У першій («лінійній») стратегії різницю квадратів відстаней варто збільшувати на величину $e^2/2$. У випадку нульової різниці квадратів, відповідний логарифм дещо перевищуватиме одиницю.

Візуалізація описаних стратегій представлена на рисунку 2.

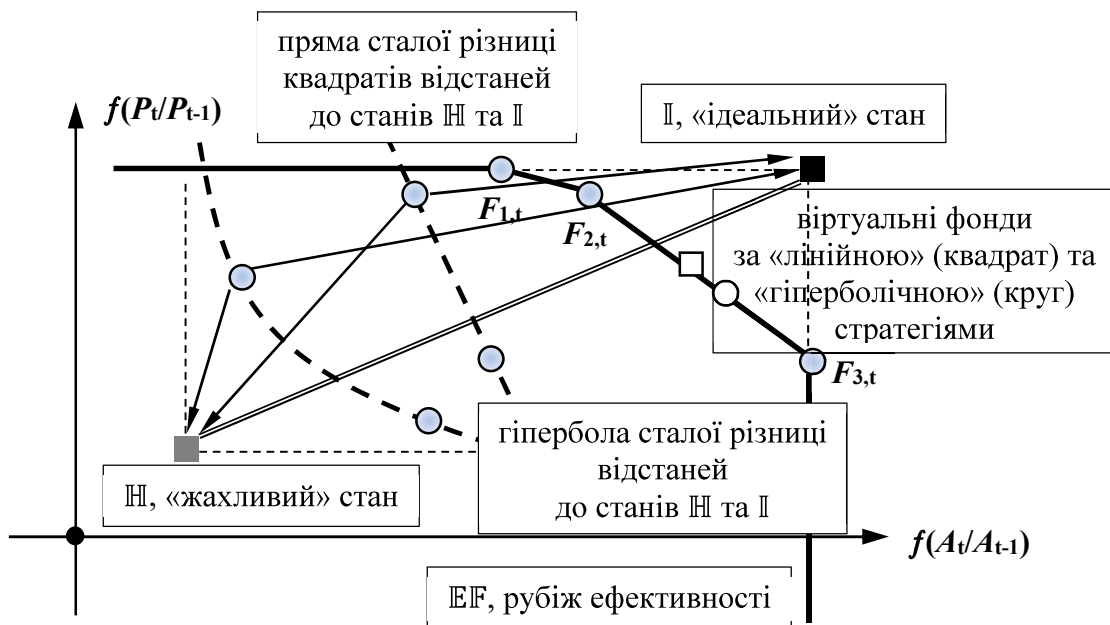


Рисунок 2. - Альтернативні стратегії формування комбінованого портфеля акцій ефективних інвестиційних фондів

A – величина сукупних активів біржових інвестиційних фондів, P – курс акцій фондів

Джерело: розроблено Загоруйком І.О.

Крім стратегій, що ґрунтуються на показниках «жахливого» та «ідеального» станів, можливі стратегії, що спираються на метод послідовної побудови рубежів ефективності та неефективності нижчих та вищих порядків.

У випадку аналізу ефективності фонди, що утворюють верхню праву частину опуклої оболонки, вважаються вершинами рубежу ефективності нульового порядку. Наступний рубіж ефективності порядку «-1» утворюється в результаті віднімання від сукупності фондів рубежу нульового порядку. Продовження цієї процедури створюватиме все нижчі рубежі ефективності. У випадку аналізу неефективності, від сукупності фондів спочатку віднімаються ті, що утворюють рубіж неефективності нульового порядку. Рубіж неефективності порядку «+1» буде нижньою лівою частиною опуклої оболонки решти фондів. Далі обчислюються площі опуклих багатокутників, що обмежуються з одного боку рубежом ефективності нульового порядку, а з

другого боку – певним рубежем неефективності вищого порядку. Аналогічним чином обчислюються площі протилежних багатокутників, які обмежуються рубежем неефективності нульового порядку та певними рубежами ефективності нижчих порядків. Кожен фонд належатиме до двох протилежних багатокутників, які можуть перетинатися або бути взаємно дотичними в його точці. Різницю площ цих протилежних фігур можна використовувати як ще одну базу для рейтингування фондів. Чим більшою буде різниця площі фігури, обмеженої нульовим рубежем неефективності, та площі фігури, обмеженої нульовим рубежем ефективності, тим кращим слід вважати стан цього фонду.

Візуалізація рубежів різних порядків представлена на рисунку 3.

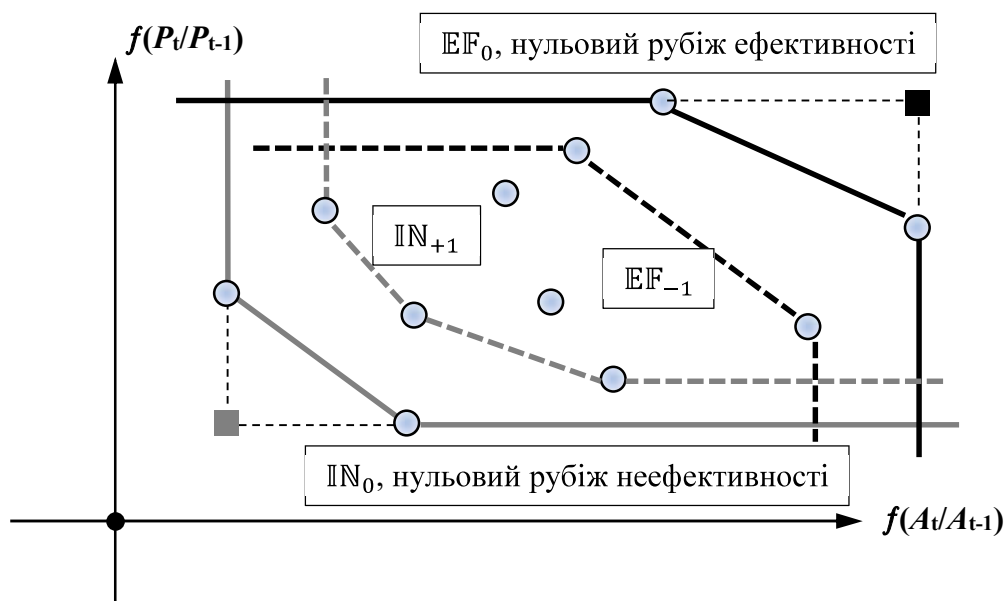


Рисунок 3. - Рубежі ефективності та неефективності різних порядків

A – величина сукупних активів біржових інвестиційних фондів, *P* – курс акцій фондів

Джерело: розроблено Загоруйком І.О.

II. Результати апробації пропонованої методології. Пропоновані методи ранжування фондів та інвестиційні стратегії були апробовані на базі даних спеціалізованого сайту VettaFi, який консультує менеджерів, керуючих фінансовими активами. У відкритому доступі знаходяться огляди основних показників двадцяти біржових інвестиційних фондів, які регулярно оновлюються. 3-го грудня 2024 року були доступні дані станом на 12.03.24, 6-го грудня – дані станом на 12.06.24. В якості первинних даних були використані три показники – приріст капіталу фонду за період з початку 2024 року по 12.06.24 (у відсотках) та попередні ціни закриття торгів станом на 12.03 та 12.06. Зважаючи на те, що 2024 є високосним роком, річний індекс зростання сукупних активів обчислювався за формулою

$$\mathcal{A}_i = (1 + YTD_{i,12.06}/100)^{((366 - 1)/(164 - 1))} \quad (5)$$

де $YTD_{i,12.06}$ (*Year to Date*) – приріст капіталу *i*-того фонду за період з початку 2024 року по 12.06.24 (у відсотках). Відношення ціни закриття за 12.06 до ціни за 12.03 розглядалося як кварталний індекс, тому річний індекс зростання курсу акцій обчислювався за формулою

$$\mathcal{P}_i = (P_{i,12.06}/P_{i,12.03})^4 \quad (6)$$

Ці показники біржових інвестиційних фондів подані в таблиці 1.

Таблиця 1. - Вихідні статистичні показники біржових інвестиційних фондів

Символ фонду	Назва фонду	Сукупні активи		Курс акцій		
		YTD, %	Річний індекс	Попередня ціна закриття, \$		Річний індекс
		12.06	2024	12.03	12.06	2024
ADVE	Matthews Asia Dividend Active ETF	10,21	1,2432	34,36	34,43	1,0082
DFND	Siren DIVCON Dividend Defender ETF	15,98	1,3937	42,52	42,34	0,9832
DGRE	WisdomTree Emerging Markets Quality Dividend Growth Fund	7,89	1,1854	25,73	26,13	1,0636
DGRW	WisdomTree US Quality Dividend Growth Fund	22,87	1,5860	85,29	85,21	0,9963
DHDG	FT Vest U.S. Equity Quarterly 2.5 to 15 Buffer ETF	-9,14	0,8068	23,88	23,88	1,0000
DNL	WisdomTree Global ex-U.S. Quality Dividend Growth Fund	4,40	1,1012	37,30	38,03	1,0806
EFAD	ProShares MSCI EAFE Dividend Growers ETF	3,00	1,0684	39,13	39,19	1,0061
EMDV	ProShares MSCI Emerging Markets Dividend Growers ETF	2,18	1,0495	43,91	43,94	1,0027
EUDV	ProShares MSCI Europe Dividend Growers ETF	5,07	1,1171	48,85	49,07	1,0181
FDV	Federated Hermes U.S. Strategic Dividend ETF	19,05	1,4777	28,48	27,79	0,9066
GDIV	Harbor Dividend Growth Leaders ETF	17,74	1,4415	15,74	15,68	0,9848
HIDV	AB US High Dividend ETF	30,22	1,8063	74,94	75,09	1,0080
IHDG	WisdomTree International Hedged Quality Dividend Growth Fund	9,46	1,2243	44,31	45,32	1,0943
IQDG	WisdomTree International Quality Dividend Growth Fund	2,61	1,0594	35,99	36,61	1,0707
LEAD	Siren DIVCON Leaders Dividend ETF	17,01	1,4216	71,09	70,70	0,9782
NOBL	ProShares S&P 500 Dividend Aristocrats ETF	13,96	1,3399	108,47	106,93	0,9444
REGL	ProShares S&P MidCap 400 Dividend Aristocrats ETF	20,41	1,5157	88,40	87,17	0,9455
SMDV	ProShares Russell 2000 Dividend Growers ETF	16,56	1,4094	74,89	74,28	0,9678
VIG	Vanguard Dividend Appreciation ETF	21,03	1,5333	204,68	203,51	0,9773
VSDA	VictoryShares Dividend Accelerator ETF	16,26	1,4013	55,17	54,34	0,9412

*YTD,% – приріст капіталу фонду за період з початку року по поточну дату

Джерело: складено авторами за матеріалами:[19; 20]

На даних цієї таблиці були визначені координати досліджуваних фондів на логарифмічній та експоненціальній площині. Далі були обчислені різниці евклідових відстаней кожного фонду до станів III та II, а також різниці їхніх квадратів. Результати цих обчислень наведені у таблиці 2. У цій самій таблиці вказані порядки (номери) рубежів ефективності та неефективності, на яких перебуває відповідний фонд.

Як впливає з даних таблиці 2, на обох площинах порядки рубежів ефективності та неефективності є ідентичними майже для всіх фондів. Що стосується критеріїв різниці евклідових відстаней та різниці їхніх квадратів, то майже половина фондів змінювала свій рейтинг або при зміні критерія, або при зміні площини. При цьому усі такі зміни дорівнювали одній сходинці (див. таблицю 3).

Таблиця 2. - DEA-показники відносного положення біржових інвестиційних фондів

Символ фонду	Положення відносно станів III та II				Положення відносно рубежів ефективності та неефективності	
	на ln-площині		на exp-площині		на ln-площині	на exp-площині
	Δd^2	Δd	Δd^2	Δd	EF; IN	EF; IN
ADVE	0,0519	0,0627	-0,7252	-0,5072	-3; +4	-3; +4
DFND	0,2266	0,2720	-0,1483	-0,1039	-4; +5	-4; +4
DGRE	-0,0047	-0,0056	-0,9065	-0,6268	-1; +4	-2; +4
DGRW	0,4399	0,5219	0,7461	0,5215	-1; +7	-1; +6
DHDG	-0,6480	-0,7128	-2,0049	-1,3295	-6; 0	-6; 0
DNL	-0,1175	-0,1378	-1,1746	-0,8021	-1; +3	-1; +3
EFAD	-0,1931	-0,2322	-1,3049	-0,9082	-4; +2	-4; +2
EMDV	-0,2232	-0,2684	-1,3631	-0,9485	-5; +1	-5; +1
EUDV	-0,1168	-0,1405	-1,1491	-0,7997	-3; +3	-3; +3
FDV	0,2904	0,3298	0,1920	0,1330	-4; 0	-4; 0
GDIV	0,2816	0,3372	0,0578	0,0404	-3; +6	-3; +5
HIDV	0,6540	0,7307	2,0043	1,3278	0; +8	0; +7
IHDG	0,0581	0,0687	-0,7586	-0,5214	0; +5	0; +5
IQDG	-0,1833	-0,2149	-1,3069	-0,8915	-2; +2	-2; +2
LEAD	0,2566	0,3070	-0,0315	-0,0221	-4; +4	-4; +4
NOBL	0,1481	0,1759	-0,3821	-0,2671	-7; +1	-7; +1
REGL	0,3472	0,4036	0,3827	0,2664	-3; +2	-3; +2
SMDV	0,2387	0,2847	-0,0877	-0,0614	-5; +3	-5; +3
VIG	0,3782	0,4473	0,4780	0,3340	-2; +5	-2; +4
VSDA	0,2189	0,2579	-0,1317	-0,0920	-6; +1	-6; +1

*Позначення величин: ln-площина – логарифмічна система координат; exp-площина – експоненціальна система координат; III – віртуальний стан з найнижчими індексами («жахливий» стан); II – віртуальний стан з найвищими індексами («ідеальний» стан); Δd^2 – різниця квадратів евклідових відстаней фонду до станів III та II; Δd – різниця евклідових відстаней фонду до станів III та II; EF – порядок рубежу ефективності; IN – порядок рубежу неефективності

Джерело: складено авторами за даними таблиці 1

Таблиця 3. - Місця фондів у рядах, ранжованих у порядку спадання DEA-характеристики

Символ фонду	Місце за критерієм відхилення від віртуальних станів III та II			
	на ln-площині		на exp-площині	
	Δd^2	Δd	Δd^2	Δd
ADVE*	13	13	12	12
DFND*	9	9	10	10
DGRE	14	14	14	14
DGRW	2	2	2	2
DHDG	20	20	20	20
DNL*	16	15	16	16
EFAD	18	18	17	18
EMDV	19	19	19	19
EUDV*	15	16	15	15
FDV*	5	6	5	5
GDIV*	6	5	6	6
HIDV	1	1	1	1
IHDG*	12	12	13	13
IQDG*	17	17	18	17
LEAD	7	7	7	7
NOBL	11	11	11	11
REGL	4	4	4	4
SMDV	8	8	8	8
VIG	3	3	3	3
VSDA*	10	10	9	9

*Фонди, рейтинги яких змінюються залежно від обраної характеристики

Джерело: складено авторами за даними таблиці 2

На обох площинах та за обома критеріями (різниці евклідових відстаней та різниці їх квадратів) нульовий рубіж ефективності утворюють два фонди – HIDV (AB US High Dividend ETF), який є оптимальним станом на 12.06.24, та IHDG (WisdomTree International Hedged Quality Dividend Growth Fund). Структури комбінованих портфелів є досить близькими за всіма чотирма стратегіями (див. таблицю 4). Відповідно, є близькими й координати комбінованих портфелів – на логарифмічній площині це $\mathcal{L}_{ln}(0,4531; 0,0372)$ для портфеля за «лінійною» стратегією та $\mathcal{H}_{ln}(0,4590; 0,0360)$ для портфеля за «гіперболічною» стратегією, а на експоненціальній площині це $\mathcal{L}_{exp}(1,8619; 1,0428)$ для портфеля за «лінійною» стратегією та $\mathcal{H}_{exp}(1,8837; 1,0408)$ за «гіперболічною». На обох площинах комбіновані портфелі розташовані під діагоналлю $\mathbb{H}-\mathbb{I}$, причому портфель \mathcal{L} розташований вище (ліворуч) портфеля \mathcal{H} .

Таблиця 4. - Структури комбінованих DEA-портфелів

Символ фонду	Логарифмічна площина				Експоненціальна площина			
	«Лінійна» стратегія		«Гіперболічна» стратегія		«Лінійна» стратегія		«Гіперболічна» стратегія	
	Експонента різниці квадратів відстаней	Частки фондів у комбінованому портфелі	Експонента різниці відстаней	Частки фондів у комбінованому портфелі	Логарифм різниці квадратів відстаней, збільшеної на $e^2/2$	Частки фондів у комбінованому портфелі	Логарифм різниці відстаней, збільшеної на e	Частки фондів у комбінованому портфелі
HIDV	1,9233	0,6447	2,0766	0,6597	1,7403	0,6177	1,3977	0,6398
IHDG	1,0599	0,3553	1,0711	0,3403	1,0770	0,3823	0,7870	0,3602

Джерело: складено авторами за даними таблиці 2

Що стосується стратегій, які ґрунтуються на методі послідовної побудови рубежів, то для досліджуваної сукупності вони призводять до майже рівних часток фондів HIDV та IHDG. Це зумовлено в першу чергу тим, що нульовий рубіж ефективності складався саме з цих фондів. Так, на логарифмічній площині площа багатокутника між нульовим рубежем неефективності та рубежем, на якому перебували ці фонди, дорівнювала 0,2121. Площі протилежних багатокутників (утворених нульовим рубежем ефективності та рубежем неефективності фонду) відрізнялися мало – 0 для HIDV і 0,04 для IHDG. В результаті частки цих фондів склали: 0,5521:0,4479, якщо обирався критерій пропорційності різницям самих площ; 0,51:0,49, якщо обирався критерій пропорційності експонентам різниці площ; та 0,5473:0,4527, якщо обирався критерій пропорційності різницям експонент площ. На думку авторів, такий результат свідчить про те, що критерій різниці площ поступається критеріям різниць відхилень від екстремальних віртуальних станів у випадку невеликої множини фондів.

Висновки та перспективи подальших розвідок у цьому напрямі. Пропоновані методи рейтингування досліджуваних фондів та розподілу вкладених в них коштів можуть бути використані як доповнення до вже існуючих підходів та моделей. Це можна зробити, зокрема, шляхом узагальнення розглянутих показників та систем координат.

Першим напрямом такого узагальнення є збільшення розмірності моделі DEA шляхом залучення даних по інших показниках фінансового стану. Так, у просторі трьох вихідних показників рубежі ефективності та неефективності набудуть форми опуклих та увігнутих багатогранників, гранями яких стануть трикутники. Віртуальні стани з найвищими та

найнижчими показниками будуть вершинами паралелепіпеду, в який вписаний багатогранник досліджуваних фондів. Розглянутий вище критерій різниці площ багатокутників перетвориться на критерій різниці об'ємів.

Другим напрямом узагальнення пропонованої моделі є перехід від елементарних індексів, що характеризують діяльність біржових інвестиційних фондів, до статистичних параметрів, що відображають кореляційні зв'язки між ними та ринком в цілому.

Третій напрям узагальнення відображає фактор часу. При цьому можливі два базових варіанти моделі DEA. У першому варіанті розглядатимуться декілька показників, що прогнозуються на той самий момент часу. У другому варіанті розглядатиметься лише один з показників, але в різні часові періоди. Ці два базових варіанти можна комбінувати різними способами.

Ще один напрям можливого узагальнення полягає у створенні «парамоделі», в якій координатами слугуватимуть певні властивості досліджуваних моделей фінансових інвестицій – наприклад, їхня надійність (помилка прогнозу) та вартість використання.

Варто зауважити, що пропоновані методи DEA-оцінювання можуть бути використані також у дослідженнях первинного ринку цінних паперів, товарних ринків, та в операційному менеджменті компаній реального сектора. Нефінансові компанії можуть застосовувати їх у своєму бізнес-плануванні та оцінці ефективності діяльності власних підрозділів.

Список використаних джерел

1. Blitz D., Vidojevic M. The Performance of Exchange-Traded Funds. *The Journal of Alternative Investments*. 2021. Vol. 23. Iss. 3. P. 1–19.
2. Bollapragada R., Savin I., Kerbache L. Price Forecasting and Analysis of Exchange Traded Fund. *Journal of Mathematical Finance*. 2013. Vol. 3. No. 1A. P. 181–191.
3. Conlon T. Cotter J., Kovalenko I., Post T. A financial modeling approach to industry exchange-traded funds selection. *Journal of Empirical Finance*. 2023. Vol. 74. 101441. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0927539823001081> (дата звернення: 03.12.24).
4. European Securities and Markets Authority. Report on shares and exchange-traded funds. October 2024. URL: https://finance.ec.europa.eu/document/download/3f0c7535-06c9-44e1-8e16-b10d240d6080_en?filename=241017-deg-report-shares-exchange-traded-funds_en.pdf (дата звернення: 03.12.24).
5. Henriques C.O., Neves M.E., Castelhão L., Nguyen D. K. Assessing the performance of exchange traded funds in the energy sector: a hybrid DEA multiobjective linear programming approach. *Annals of Operations Research*. 2022. Vol. 313. Iss. 1. P. 341–366.
6. Hilliard J., Le T. D. Exchange-traded funds investing in the European emerging markets. *Journal of Eastern European and Central Asian Research*. 2022. Vol. 9. No. 2. P. 260–270.
7. Malhotra D. K. Evaluating the Performance of Real Estate Exchange-Traded Funds. *Journal of Risk Financial Management*. 2024. Vol. 17. Iss. 1. URL: <https://www.mdpi.com/1911-8074/17/1/7>. (дата звернення: 03.12.24).
8. Mazumder I. Investing in Exchange Traded Funds. *Applied Finance Letters*. 2014. Vol. 3. No. 2. P. 16–23.
9. PricewaterhouseCoopers Global. ETFs 2028: Shaping the Future. URL: <https://www.pwc.com/gx/en/industries/financial-services/publications/etfs-2028-shaping-the-future.html> (дата звернення: 03.12.24).
10. Petridis K., Kiosses N., Tampakoudis I., Abdelaziz F.B. Measuring the efficiency of mutual funds: Does ESG controversies score affect the mutual fund performance during the COVID-19 pandemic? *Operational Research*. 2023. Vol. 23. Art. 54. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12351-023-00795-5?fromPaywallRec=true> (дата звернення: 03.12.24).
11. Rakhshan S.A. Efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis by using TOPSIS-DEA method. *Journal of the Operational Research Society*. 2017. Vol. 68. Iss. 8. P. 906–918.
12. Sinha P. K., Abhinav, Rachana D., Ajwal R. An Analytical Study on Exchange Traded Funds (ETF's) and Its Relationship with Market Movements. *Journal of Propulsion Technology*. 2023. Vol. 44. No. 3. P. 3194–3202.

13. Silva A. C., Gragnani J. A., Abner D., Ramasamy S. The World Bank's Issuer-Driven Exchange-Traded Fund Program. 2020. URL: <https://documents1.worldbank.org/curated/en/427631603461044384/pdf/The-World-Bank-s-Issuer-Driven-Exchange-Traded-Fund-Program.pdf>. (дата звернення: 03.12.24).
14. State Street Global Advisors. State Street ETF Model Portfolios. URL: <https://www.ssga.com/us/en/intermediary/capabilities/etf-model-portfolios> (дата звернення: 03.12.24).
15. The Bank of New York Mellon. Introducing BNY Mellon ETF Models. URL: <https://www.bny.com/investments/us/en/intermediary/model-portfolio.html> (дата звернення: 03.12.24).
16. Thooft, N. W., Picard, B. G., Sykes, R. E. John Hancock Multimanager ETF Model Portfolios Asset Allocation Guidance Flyer. 2024. URL: <https://www.jhinvestments.com/resources/all-resources/fund-documents/investor-fact-sheets/john-hancock-multimanager-etf-model-portfolios-asset-allocation-guidance-flyer>. (дата звернення: 03.12.24).
17. Tuzcu S.E. & Ertugay E. Is size an input in the mutual fund performance evaluation with DEA? *Eurasian Economic Review*. 2020. Vol.10. Iss. 4. P. 635–659.
18. Valadkhani A. & Moradi-Motlagh A. An empirical analysis of exchange-traded funds in the US. *Economic Analysis and Policy*. 2023. Vol. 78. P. 995–1009.
19. VettaFi. Dividend Growth ETF List. ETF Overview. As of 12.03.24. URL: <https://etfdb.com/themes/dividend-growth-etfs/> (дата звернення: 03.12.24).
20. VettaFi. Dividend Growth ETF List. ETF Overview. As of 12.06.24. URL: <https://etfdb.com/themes/dividend-growth-etfs/> (дата звернення: 06.12.24).
21. WisdomTree. WisdomTree Model Portfolios: The next investment evolution to retain and gain clients. URL: <https://www.wisdomtree.com/investments/models/-w->.
22. Zagoruiko I., & Petkova L. Model of world technological and economic efficiency frontiers. *Journal of International Studies*. 2022. Vol.15. No 2. P. 174–198.
23. Загоруйко І. О., Петкова Л.О. Концепція світового технологічного рубежу: методологія, проблеми та інтерпретації. *Збірник наукових праць Черкаського державного технологічного університету. Серія «Економічні науки»*. 2021. Вип. 61. С. 5–21.
24. Загоруйко І. О., Петкова Л. О. Метод ДЕА як інструмент порівняльного аналізу ефективності національних економік. *Збірник наукових праць Черкаського державного технологічного університету. Серія «Економічні науки»*. 2021. Вип. 62. С. 81–92.

References

1. Blitz, D. & Vidojevic, (2021). M. The Performance of Exchange-Traded Funds. *The Journal of Alternative Investments*, 23(3), 1–19.
2. Bollapragada, R.; Savin, I.; Kerbache, L. (2013). Price Forecasting and Analysis of Exchange Traded Fund. *Journal of Mathematical Finance*, 3(1A), 181–191. <https://doi.org/10.4236/jmf.2013.31A017>.
3. Conlon, T.; Cotter, J.; Kovalenko, I.; Post, T. (2023). A financial modeling approach to industry exchange-traded funds selection. *Journal of Empirical Finance*, 74, 101441. <https://doi.org/10.1016/j.jempfin.2023.101441>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0927539823001081> (accessed on 03.12.24).
4. European Securities and Markets Authority. (2024). Report on shares and exchange-traded funds. October 2024. URL: https://finance.ec.europa.eu/document/download/3f0c7535-06c9-44e1-8e16-b10d240d6080_en?filename=241017-deg-report-shares-exchange-traded-funds_en.pdf (accessed on 03.12.24).
5. Henriques, C.O.; Neves, M.E.; Castelhão, L; Nguyen, D. K. (2022). Assessing the performance of exchange traded funds in the energy sector: a hybrid DEA multiobjective linear programming approach. *Annals of Operations Research*, 313(1), 341–366. <https://doi.org/10.1007/s10479-021-04323-6>.
6. Hilliard, J. & Le, T. D. (2022). Exchange-traded funds investing in the european emerging markets. *Journal of Eastern European and Central Asian Research*, 9(2), 260–270. <https://doi.org/10.15549/jecar.v9i2.804>.
7. Malhotra, D. K. (2024). Evaluating the Performance of Real Estate Exchange-Traded Funds. *Journal of Risk Financial Management*, 17(1). <https://doi.org/10.3390/jrfm17010007>. URL: <https://www.mdpi.com/1911-8074/17/1/7> (accessed on 03.12.24).
8. Mazumder, I. (2014). Investing In Exchange Traded Funds. *Applied Finance Letters*, 3(2), 16–23. <https://doi.org/10.24135/afl.v3i2.23>.
9. PricewaterhouseCoopers Global. (n.d.). ETFs 2028: Shaping the Future. URL: <https://www.pwc.com/gx/en/industries/financial-services/publications/etfs-2028-shaping-the-future.html> (accessed on 03.12.24).

10. Petridis, K.; Kiosse, N.; Tampakoudis, I.; Abdelaziz, F.B. (2023). Measuring the efficiency of mutual funds: Does ESG controversies score affect the mutual fund performance during the COVID-19 pandemic? *Operational Research*, 23, 54. <https://doi.org/10.1007/s12351-023-00795-5>. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12351-023-00795-5?fromPaywallRec=true> (accessed on 03.12.24).
11. Rakhshan, S.A. (2017). Efficiency ranking of decision making units in data envelopment analysis by using TOPSIS-DEA method. *Journal of the Operational Research Society*, 68(8), 906–918. <https://doi.org/10.1057/s41274-017-0237-0>.
12. Sinha, P. K.; Abhinav; Rachana D; Ajwal, R. (2023). An Analytical Study on Exchange Traded Funds (ETF's) and Its Relationship With Market Movements. *Journal of Propulsion Technology*, 44(3), 3194–3202.
13. Silva, A. C.; Gragnani, J. A.; Abner, D.; Ramasamy, S. (2020). The World Bank's Issuer-Driven Exchange-Traded Fund Program. 2020. URL: <https://documents1.worldbank.org/curated/en/427631603461044384/pdf/The-World-Bank-s-Issuer-Driven-Exchange-Traded-Fund-Program.pdf> (accessed on 03.12.24).
14. State Street Global Advisors. (n.d.). State Street ETF Model Portfolios. URL: <https://www.ssga.com/us/en/intermediary/capabilities/etf-model-portfolios> (accessed on 03.12.24).
15. The Bank of New York Mellon. (n.d.). Introducing BNY Mellon ETF Models. URL: <https://www.bny.com/investments/us/en/intermediary/model-portfolio.html> (accessed on 03.12.24).
16. Thooft, N. W.; Picard, B. G.; Sykes, R. E. (2024). John Hancock Multimanager ETF Model Portfolios Asset Allocation Guidance Flyer. URL: <https://www.jhinvestments.com/resources/all-resources/fund-documents/investor-fact-sheets/john-hancock-multimanager-etf-model-portfolios-asset-allocation-guidance-flyer> (accessed on 03.12.24).
17. Tuzcu, S.E. & Ertugay, E. (2020). Is size an input in the mutual fund performance evaluation with DEA? *Eurasian Economic Review*, 10(4), 635–659. <https://doi.org/10.1007/s40822-020-00141-6>.
18. Valadkhani, A. & Moradi-Motlagh, A. (2023). An empirical analysis of exchange-traded funds in the US. *Economic Analysis and Policy*, 78, 995–1009. <https://doi.org/10.1016/j.eap.2023.05.002>.
19. VettaFi. (2024). Dividend Growth ETF List. ETF Overview. As of 12.03.24. URL: <https://etfdb.com/themes/dividend-growth-etfs/> (accessed on 03.12.24).
20. VettaFi. (2024). Dividend Growth ETF List. ETF Overview. As of 12.06.24. URL: <https://etfdb.com/themes/dividend-growth-etfs/> (accessed on 06.12.24).
21. WisdomTree. (n.d.). WisdomTree Model Portfolios: The next investment evolution to retain and gain clients. URL: <https://www.wisdomtree.com/investments/models/-w->, (accessed on 03.12.24).
22. Zagoruiko, I. & Petkova, L. (2022). Model of world technological and economic efficiency frontiers. *Journal of International Studies*, 15(2), 174–198. <https://doi.org/10.14254/2071-8330.2022/15-2/12>. URL: https://www.jois.eu/?768,en_model-of-world-technological-and-economic-efficiency-frontiers (accessed on 03.12.24).
23. Zagoruiko, I. O. & Petkova, L. O. (2021). Concept of the world technological frontier: methodology, problems and interpretations. *Economic Bulletin of Cherkasy State Technological University*, 61, 5–21. <https://doi.org/10.24025/2306-4420.61.2021.234527>.
24. Zagoruiko, I. O. & Petkova, L. O. (2021). DEA method as a tool for comparative analysis of the efficiency of national economies. *Economic Bulletin of Cherkasy State Technological University*, 62, 81–92. <https://doi.org/10.24025/2306-4420.62.2021.242067>.

ZAGORUIKO Ivan

Candidate of Economic Sciences, Associate
Professor,
Cherkasy State Technological University, Cherkasy,
Ukraine

PETKOVA Lesya

Doctor of Economics, Professor,
Cherkasy State Technological University, Cherkasy,
Ukraine

DEA STRATEGIES IN INTERNATIONAL PORTFOLIO INVESTMENT

Introduction. International investment activity in the global economy determines the development of countries, regions, and corporations. Its flexibility and efficiency enable improvements in competitiveness, market expansion, and the formation of global economic networks. In modern international investment management, it is crucial to make timely decisions regarding portfolio diversification, analyze key financial and economic indicators when assessing its risks and profitability.

Purpose. The purpose of the article is to develop new DEA-based evaluation methods for the studied objects that do not require solving linear and quadratic programming tasks.

Results. The proposed methods make it possible to evaluate the position of the studied objects relative to the convex hull of their states and virtual extreme points. These methods were tested on a sample of twenty exchange-traded funds (ETFs). The input indicators selected were annual indices of total asset value and fund share prices. The study was conducted in two alternative coordinate systems: logarithms of the indices and exponents of growth rates. The proposed methods identified the optimal object for portfolio investment. A combined portfolio was examined, consisting of investments in the optimal ETF and another efficient fund adjacent to it on the convex hull. Using the proposed methods, alternative structures of combined portfolios were identified and compared. It was found that the combined portfolios constructed based on deviations from virtual extreme states were very similar in structure and contained a significantly larger share of the optimal fund. In combined portfolios constructed based on differences in the areas of opposite parts of the studied set, the share of the optimal fund slightly exceeded 50%.

Originality. A rectangle was constructed around the convex hull of the studied objects.

According to the selected indicators, the upper right part of the convex hull, along with the adjacent segments of the sides of the described rectangle, is considered as the frontier of zero-order efficiency. The frontiers of lower (negative) orders of efficiency are formed by successively subtracting from the investigated set those objects located on the previous frontier. Similarly, the lower left part of the convex hull, together with the adjacent segments of the sides of the described rectangle, is regarded as the frontier of zero-order inefficiency. The inefficiency frontiers of higher (positive) orders are formed by successively subtracting from the investigated set those objects located on the previous frontier.

The efficiency frontier where a specific object is located and the zero-order (worst) inefficiency frontier form a polygon whose area characterizes the deviation of this object from the inefficient set. Similarly, the inefficiency frontier where a specific object is located and the zero-order (best) efficiency frontier form a polygon whose area characterizes the deviation of this object from the efficient set. It has been demonstrated that the relative difference in these areas, the relative difference in the functions of these areas, and the function of the area difference can be used as a basis for forming a combined investment portfolio.

The opposite vertices of the rectangle enclosing the convex hull of the investigated objects are interpreted as the best ("ideal") and worst ("horrible") virtual states. The diagonal connecting these states intersects the set of real states, efficiency frontiers, and inefficiency frontiers. The segment of the zero-efficiency frontier through which the diagonal of the extreme virtual states passes is considered distinguished. It has been shown that as alternative bases for forming a combined investment portfolio, the function of the differences in Euclidean distances of a specific object to the extreme virtual states and the function of the difference in the squares of these distances can be used. It has been found that for better comparability of portfolios formed on alternative planes, it is advisable to use inverse functions—exponential on a logarithmic plane and logarithmic on an exponential plane.

Conclusion. The proposed approach can be generalized in several directions. The first direction of such generalization is increasing the dimensionality of the DEA model by incorporating data on other indicators of companies' financial status. The second direction of generalization of the proposed model is transitioning from elementary indices characterizing the performance of exchange-traded investment funds to statistical parameters reflecting their correlations with the market as a whole. The third direction of generalization can reflect the time factor. Another potential direction of generalization involves creating a "paramodel" in which the coordinates represent certain properties of the investigated financial investment models—for example, their reliability (forecast error), cost of creation, and use of the model. The proposed DEA evaluation methods can also be applied to studies of the primary securities market, commodity markets, and operational management of companies in the real sector. Non-financial companies can utilize them in their business planning and assessment of the efficiency of their internal divisions.

Keywords: nonparametric methods; optimal state; performance criteria; international efficiency frontiers; investment portfolio models; international investment management; exchange-traded funds; evaluation of decision-making units.

Одержано редакцією: 06.08.2024
Прийнято до публікації: 12.09.2024